

Экзаменационные билеты.

1. Первообразная, неопределенный интеграл. Таблица неопределённых интегралов и правила интегрирования.
2. Разложение рациональной функции на простейшие дроби.
3. Интегрирование рациональных функций.
4. Интегрирование иррациональных функций: интегрирование некоторых радикалов, теорема Чебышева, подстановки Эйлера.
5. Интегрирование рациональных функций с иррациональностью вида $\sqrt{ax^2 + bx + c}$ в знаменателе.
6. Интегрирование тригонометрических функций.
7. Понятие площади плоской фигуры. Разбиение отрезка. Интегральные суммы. Определение интеграла (по Риману). Необходимое условие интегрируемости функции.
8. Критерий Коши. Достаточное условие интегрируемости функции (в терминах ω).
9. Суммы Дарбу. Критерий интегрируемости функции.
10. Интегрируемость монотонной функции. Интегрируемость непрерывной функции. Критерий Лебега (б/д). Множество Лебеговой меры нуль.
11. Теоремы о среднем (Первая теорема о среднем с доказательством, вторая б/д).
12. Несобственный интеграл. Критерий Коши. Признаки сравнения для несобственных интегралов от неотрицательных функций.
13. Сходимость интегралов вида $\int_1^{+\infty} dx/x^p$, $\int_0^1 dx/x^p$. Признак Абеля-Дирихле.
14. Определённый интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
15. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле. Формула Тейлора с остатком в интегральном виде.
16. Геометрические приложения определённого интеграла: площадь криволинейной трапеции, площадь в полярных координатах, объём тела вращения.
17. Спрямолинейная кривая. Вычисление длины кривой.
18. Метрические пространства. Открытые и замкнутые множества.
19. Пространство \mathbb{R}^d предел, непрерывность.
20. Дифференцируемость, частные производные. Достаточные условия дифференцируемости.
21. Смешанные производные и их равенство.
22. Формула Тейлора (\mathbb{R}^d).
23. Теорема о неявной функции.
24. Экстремум функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия.
25. Метод наименьших квадратов.
26. Условный экстремум. Стационарная точка функции при наличии связей и её связь с множителями Лагранжа.
27. Окаймлённый гессиан. Достаточное условие экстремума в терминах окаймлённого гессиана (б/д). Доказательство для случая двух переменных и одного уравнения связи.

Вопросы.

1. Определение первообразной и неопределённого интеграла.
2. Интегрирование по частям, замена переменного в неопределённом интеграле (сформулировать теоремы).
3. Неопределённый интеграл от функции $(x^2 + \alpha)^{-1/2}$ и функции $(x^2 + a^2)^{-1}$, где $\alpha \neq 0$.
4. Неопределённый интеграл от функции $(a^2 - x^2)^{-1/2}$, $a \neq 0$ и функции x^α .
5. Алгебраический полином. Рациональная функция.
6. Правильная дробь. Лемма о выделении множителя $x - x_1$ в дроби.
7. Лемма о выделении множителя $x^2 + \alpha x + \beta$ в дроби.
8. Рациональная функция от двух (трёх) переменных.
9. Теорема Чебышева. Три подстановки Эйлера.
10. Подстановка Абеля.
11. Три замены для интегрирования функций вида $R(\sin x, \cos x)$. Универсальная замена.
12. Разбиение отрезка. Диаметр разбиения.
13. Интегральная сумма и определение определённого интеграла.
14. Критерий Коши для определённого интеграла.
15. В терминах ϵ, δ символики дать определение того, что функция не интегрируема на отрезке $[a; b]$.
16. Необходимое условие интегрируемости функции на отрезке.
17. Модуль непрерывности функции на множестве.
18. Нижняя (верхняя) сумма Дарбу. Нижний (верхний) интеграл Дарбу.
19. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу.
20. Критерий интегрируемости в терминах модуля непрерывности.
21. Множество Лебеговой меры нуль. Критерий Лебега.
22. Формула Тейлора с остатком в интегральном виде.
23. Первая теорема о среднем.
24. Вторая теорема о среднем.
25. Интегрируемость в несобственном смысле.
26. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.
27. В терминах ϵ, δ символики дать определение того, что функция не интегрируема в несобственном смысле на множестве $[a; \omega)$.
28. Спрямоаемая кривая. Теорема о вычислении длины кривой.
29. В терминах ϵ символики дать определение предела последовательности $(\vec{x}_n \in \mathbb{R}^d, n \in \mathbb{N})$.
30. Определение метрического пространства.
31. Определение внутренней и внешней точки множества. Определение граничной точки множества.
32. Определение предельной точки. Определение открытого (замкнутого) множества в \mathbb{R}^d .
33. Теорема о пересечении и объединении открытых (замкнутых) множеств в \mathbb{R}^d .
34. Структура открытого множества в \mathbb{R}^1 .
35. Определение компакта. Критерий компактности в \mathbb{R}^d .
36. В терминах ϵ, δ символики дать определение (по Коши) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq A$, где $A \in \mathbb{R}^m, f : \mathbb{R}^d \mapsto \mathbb{R}^m$.
37. В терминах ϵ, δ символики дать определение (по Коши) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, где $A \in \mathbb{R}^m, f : \mathbb{R}^d \mapsto \mathbb{R}^m$.
38. В терминах ϵ, δ символики дать определение того, что не существует предела функции (по Коши) $f : \mathbb{R}^d \mapsto \mathbb{R}^m$.
39. Дать определение о-малого ($f : \mathbb{R}^d \mapsto \mathbb{R}^1$).
40. Сформулировать критерий Коши для предела функции (\mathbb{R}^d).
41. В терминах ϵ, δ символики дать определение того, что функция непрерывна в точке (\mathbb{R}^d).
42. В терминах ϵ, δ символики дать определение того, что функция $f : \mathbb{R}^d \mapsto \mathbb{R}^m$ не является непрерывной в точке.
43. Сформулировать глобальные свойства непрерывных функций (\mathbb{R}^d).
44. Сформулировать свойства непрерывных функций в окрестности (локальные свойства) (\mathbb{R}^d).
45. Определение линейной связности.
46. Дать определение дифференцируемости (\mathbb{R}^d).
47. Сформулировать теорему о дифференцируемости сложной функции (\mathbb{R}^d).
48. Сформулировать теорему Лагранжа для функции многих переменных.
49. Сформулировать определение второй смешанной производной. Привести теорему о смешанных производных.
50. Формула Тейлора с остатком в виде Лагранжа (случай \mathbb{R}^d).
51. Сформулировать теорему о неявной функции (случай $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^1$ и $f : \mathbb{R}^{d+1} \mapsto \mathbb{R}^1$).
52. Необходимое условие экстремума (\mathbb{R}^d).
53. Достаточное условие экстремума (\mathbb{R}^d).
54. Отрицательно (положительно) определённая квадратичная форма. Неотрицательно (неположительно) определённая квадратичная форма.
55. Критерий Сильвестра для квадратичных форм.
56. Гессиан. Окаймлённый Гессиан.
57. Функция Лагранжа и окаймлённый Гессиан для случая двух переменных с одним уравнением связи.
58. Метод наименьших квадратов (постановка задачи).